

"Tema: 6 (Rekayasa sosial dan pengembangan perdesaan)"

APLIKASI DERET POLINOMIAL CEBYSHEV DALAM MLE UNTUK ESTIMASI SLM

Oleh

Jajang, Budi Pratikno, Mashuri
Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan IPA, UNSOED
Jl. Dr. Soeparno, Purwokerto, 53122
Email: rzjajang@yahoo.com

ABSTRAK

Penelitian ini membahas aplikasi polynomial Chebyshev untuk estimasi parameter model SLM dengan metode *Maximum likelihood Estimation* (MLE). Dalam penelitian ini menggunakan Software Geoda dan R, data yang digunakan meliputi persentase keluarga miskin dan faktor yang mempengaruhinya. Perhitungan log determinan dengan polynomial Chebyshev. Hasil penelitian menunjukkan bahwa polynomial Chebyshev dapat digunakan untuk mencari invers matriks berukuran besar pada matriks pembobot spasial. Berdasarkan hasil aplikasi model pada data kemiskinan di kabupaten banyumas diperoleh hasil bahwa pola persebaran penduduk miskin yang ada di kabupaten Banyumas relative tersebar tidak merata. Sebagian besar penduduk miskin tersebar di daerah-daerah yang relative jauh dari pusat pemerintahan.. Hasil implementasi model terhadap data kemiskinan menunjukkan bahwa persentase pendidikan SMP tidak dapat mengurangi kemiskinan, dan sector industry dan perdagangan dapat mengurangi kemiskinan.

Kata Kunci. *Banyumas, SLM, MLE*

ABSTRACT

This study discussed the Chebyshev polynomial to estimate the SLM parameter model use Maximum Likelihood Estimation (MLE) method. In this study we use Geoda and R Softwares, and use poverty data and the factors that influence it. Calculation of log matrices spatial use the Chebyshev polynomial. The results showed that the Chebyshev polynomial can be used to find a large matrices on the spatial weighting matrix. Furthermore, we implemented this model on poverty data in Banyumas district, the results showed that the distribution pattern of the poor population in Banyumas district was spread unevenly. Most of the poor are scattered in areas that are relatively far from the center of government. The results of the implementation of the model on poverty data indicate that junior high schools cannot reduce poverty, and the industrial and trade sectors can reduce poverty.

Key word. *Banyumas, SLM, MLE*

PENDAHULUAN

Masalah ketakbebasan antar observasi berdampak pada pemilihan terhadap model dan metode estimasi parameternya. Data-data yang sering dijumpai dalam permasalahan ketakbebasan ini adalah data area atau data spasial. Beberapa kajian mengenai data spasial telah dilakukan oleh beberapa peneliti, avcentara lain (Bavaund, 2008; Jilei Wu et.al, 2004; Zhi-Hang Peng et.al, 2011; Yue-Jia Cheng et.al, 2012, Danlin Yu dan Denis wei, 2008; Olejnik, 2008; Dall'erba et.al 2008; Marquez et.al 2010; Lauridsen et.al 2010; Beamonte et.al 2010; Cubukcu, 2012).

Penanganan masalah ketakbebasan dapat diatasi dengan melibatkan matriks pembobot spasial yang fungsinya adalah untuk mengkoreksi adanya endogeneitas (munculnya komponen variabel respon di kedua ruas dalam model) pada model. Beberapa jenis matriks pembobot spasial antara lain berdasarkan kedekatan geografis (kontiguitas, jarak invers, jarak eksponen dan lain-lain) dan berdasarkan perilaku variabel di setiap lokasi. Disamping matriks kedekatan geografis, metode untuk mengkonstruksi matriks pembobot spasial yang lainnya adalah dengan melibatkan hubungan kedekatan dan sekaligus karakteristik/variabel yang dimiliki antar spasial, seperti matriks spasial AMOEBA (Aldstaadt dan Getis, 2006; Jajang dkk, 2013, 2014).

Untuk implementasi model dan jenis matrisk, digunakan data kemiskinan di Kabupaten Banyumas. Peneliti tertarik dengan data kemiskinan di Kabupaten Banyumas karena menurut Kepala Badan Pusat Statistik Propinsi Jawa Tengah, selama periode 2011-2016, Kabupaten Banyumas mampu menurunkan angka kemiskinan sebesar 3,59. Penurunan angka ini dinilai cukup signifikan, karena di atas tingkat nasional yang anya 1,27 dan Jateng 2,14.

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan metode estimasi parameter yang relevan dan meningkatkan akurasi melalui modifikasi, memilih matriks pembobot spasial yang representatif.

DATA DAN METODE

2.1. Data kemiskinan

Data yang digunakan adalah data kemiskinan yang diukur dari persentase keluarga pra sejahtera tahun 2015. Table 1 berikut adalah data yang digunakan untuk pemodelan spatial lag model data kemiskinan di Kabupaten Banyumas.

Tabel 1. Variabel penelitian

Variabel penelitian	satuan
Kemiskinan	orang
Persentase Tingkat Pendidikan sampai SMP	%
Persen tenaga kerja sektor pertanian	%
Persen tenaga kerja sektor perdagangan	%
Share tenaga kerja sektor lainnya	%

Dihipotesiskan bahwa kemiskinan di pengaruhi oleh tingkat pendidikan dan jenis pekerjaan.

2.2 Metode Penelitian

Metode penelitian yang dilakukan adalah dengan melakukan beberapa tahapan, yang mencakup kajian teoritis statistic autokorelasi spasial lokal, konstruksi matriks W AMOEBA dan estimasi parameter model dengan MLE melalui polynomial Chebyshev.

2.2.1 Statistik Autokorelasi Spasial lokal

Autokorelasi spasial berkaitan dengan pola tak acak dari nilai-nilai atribut atas himpunan unit-unit spasial (Ord dan Getis 2001; Getis, 2008). Autokorelasi spasial diklasifikasikan menjadi autokorelasi positif dan negatif. Autokorelasi spasial positif merefleksikan kemiripan nilai dalam ruang sedangkan autokorelasi spasial negatif mencerminkan ketidakmiripan nilai dalam ruang (Ord dan Getis, 2001).

Statistic untuk mengukur autokorelasi spasial terdiri atas autokorelasi global dan lokal. Autokorelasi global mengkaji keseluruhan pola umum untuk mengetahui apakah terdapat pola yang menggerombol atau tidak. Analisis autokorelasi spasial lokal digunakan untuk mendeteksi adanya sinyal kantung (*pockets*) yang signifikansi dalam gerombol (*cluster*) dan *hot spot* (Ord dan Getis, 1995; Nelson dan Boots, 2008; Anselin, 1995). Salah satu statistik autokorelasi spasial lokal adalah statistik Getis lokal G_i . Menurut Getis dan Ord (1992) statistik autokorelasi spasial local lebih sensitive dibandingkan statistic autokorelasi spasial global (Getis dan Ord, 1992).

Statistik autokorelasi spasial Getis didefinisikan sebagai

$$G_i = \frac{\sum_j w_{ij} x_j}{\sum_j x_j}, \quad j \neq i \quad (1)$$

dengan w_{ij} adalah unsur-unsur matriks pembobot spasial simetrik yang bernilai 1 dan 0. Nilai ekspektasi dan variansi G_i dibawah hipotesis null, $E(G_i) = \frac{w_i}{n-1}$ dan $Var(G_i) = \frac{w_i(n-1-w_i)}{(n-1)^2(n-2)} \cdot \left[\frac{s(i)}{\bar{x}(i)} \right]^2$ dengan $\bar{x}(i) = \frac{\sum_j x_j}{n-1}$ dan $s^2(i) = \frac{\sum_j x_j^2}{n-1} - (\bar{x}(i))^2$. Ambil G_i^* sebagai nilai yang terstandrdisasi/terbakukan, maka

$$G_i^* = \frac{G_i - E(G_i)}{\sqrt{Var(G_i)}} \quad (2)$$

2.2.2 Matriks Pembobos Spasial AMOEBA

A *Multidirectional Optimum Ecotope-Based Algorithm* (AMOEBA) adalah sebuah prosedur mengkonstruksi matriks pembobot spasial yang menggunakan data empiris (Aldstadt dan Getis, 2006). Matriks pembobot spasial AMOEBA (W-AMOEBA) merupakan penggabungan antara konsep geografis dengan perilaku data (variabel yang menjadi perhatiannya) atau perilaku datanya (Stakhovych dan Bijmolt, 2008; Aldstadt dan Getis, 2006). Prosedur AMOEBA didasarkan pada prinsip yang pertama kali dikembangkan oleh Aldstadt dan Getis (2004) yang didasarkan pada statistik lokal Getis yang digunakan untuk menguji hubungan antara unit spasial dalam pembentukan *clustertinggi* atau *cluster rendah*.

Algoritma AMOEBA adalah sebagai berikut (Aldstadt dan Getis, 2006) :

- (1). Hitung $G_i^*(0)$ yaitu nilai G_i^* untuk unit spasial di lokasi itu sendiri.
- (2). Hitunglah $G_i^*(1)$, yaitu nilai untuk setiap daerah yang memuat unit i dan semua kombinasi dari tetangga yang berdekatan. Jika $G_i^*(0)$ lebih (kurang) dari kombinasi yang memaksimumkan $G_i^*(1)$ menjadi *ecotope* tinggi (rendah) yang baru. Unit spasial yang bersebelahan yang tidak termasuk dalam *ecotope* dieliminasi dan unit spasial selainnya ada dalam *ecotope*.
- (3). Evaluasi semua kombinasi tetangga sebelah dan selanjutnya keanggotaan baru *ecotope* diidentifikasi
- (4). Proses ini berlanjut untuk jumlah penghubung k , $k=2, 3, \dots$, maksimum.

Apabila *ecotope* sudah terbentuk dimana tidak ada lagi unit-unit spasial yang dapat memaksimumkan nilai statistik lokal, maka dibuat matriks pembobot AMOEBA melalui prosedur berikut :

- (a) Ketika $k_{maks} > 1$,

$$w_{ij} = \begin{cases} \frac{\{P[z \leq G_i^*(k_{maks})] - P[z \leq G_i^*(k_j)]\}}{\{P[z \leq G_i^*(k_{maks})] - P[z \leq G_i^*(0)]\}}, & 0 < k_j \leq k_{maks} \\ 0, & \text{untuk } k_j \text{ selainnya} \end{cases}$$
- (b) Ketika $k_{maks} = 1$

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{untuk } k_j = 1 \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$
- (c) Ketika $k_{maks} = 0$,

$$w_{ij} = 0, \quad \text{untuk semua } j$$

dengan k_j adalah penghubung (*link*) yang menghubungkan i dan j dalam *ecotope*. Pada kondisi 1, yaitu ketika $k_{maks} > 1$, nilai-nilai w_{ij} menurun ketika jumlah penghubung antara unit i dan j meningkat. Ketika *ecotope* hanya mengandung satu penghubung dari unit i ($k_{maks} = 1$), maka unit tersebut diberi pembobot 1. Ketika tidak ada asosiasi antara unit i dengan sembarang unit j ($k_{maks} = 0$) maka baris i dari matriks W adalah nol.

2.2.3 Spatial Lag Model dan estimasi MLE

Spatial Lag Model (SLM) atau *Spatial Autoregressive* (SAR) adalah sebuah model yang menspesifikasi dampak observasi variabel tak bebas tetangga disekitarnya terhadap variabel tak bebas tertentu (Anselin,1988). Spesifikasi SLM adalah sebagai berikut.

$$y = \rho W y + X \beta + \varepsilon \quad (3)$$

dengan y = vektor variabel tak bebas berukuran $n \times 1$, X = matriks $n \times k$ dari variabel bebas, W = matriks pembobot spasial, $n \times n$, ρ = koefisien autokorelasi spasial, β = vektor parameter variabel-variabel bebas berukuran $k \times 1$, dan ε = vektor acak berukuran $n \times 1$.

Metode *Maximum likelihood* merupakan salah satu estimasi parameter yang mengasumsikan spesifikasi distribusi dari komponen sisaan (ε). Dalam kajian ini diasumsikan bahwa sisaan berdistribusi secara acak dengan mean $\mathbf{0}$ dan variansi homogen σ^2 , biasanya dituliskan sebagai $\varepsilon \sim N(\mathbf{0}, I \sigma^2)$, dengan I adalah matriks identitas berukuran $n \times n$. Fungsi likelihood dari untuk mengestimasi parameter model adalah

$L(\rho, \sigma^2, \beta) = f(\varepsilon)$ sebagai maksimum *likelihood*, maka (Ward dan Kristiani, 2008)

$$L(\rho, \sigma^2, \beta) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \sigma^n} \exp \left[-\frac{(y(I - \rho W) - X\beta)'(y(I - \rho W) - X\beta)}{2\sigma^2} \right] \quad (4)$$

Misalkan $L(\rho, \sigma^2, \beta; y)$ adalah transformasi variabel acak dari ε key, maka

$$L(\rho, \sigma^2, \beta; y) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \sigma^n} \exp \left[-\frac{(y(I - \rho W) - X\beta)'(y(I - \rho W) - X\beta)}{2\sigma^2} \right] \cdot |\ln|I - \rho W|. \quad (5)$$

Untuk mendapatkan nilai $L(\rho, \sigma^2, \beta; y)$ yang maksimum, dapat dicari dengan menentukan ρ, σ^2, β yang juga memaksimumkan $l(\rho, \sigma^2, \beta; y) = \ln(L(\rho, \sigma^2, \beta; y))$, dimana

$$\ln(L(\rho, \sigma^2, \beta; y)) = \ln|I - \rho W| - \frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{(y(I - \rho W) - X\beta)'(y(I - \rho W) - X\beta)}{2\sigma^2}. \quad (6)$$

2.5 Polinomial Chebishev

Metode deret Chebishev adalah metode aproksimasi fungsi yang direpresentasikan dengan deret pangkat. Pendekatan ini menggunakan matriks ketetanggaan simetrik W .

Lemma 2.1 solusi Chebyshev mencoba untuk mengaproksimasi logaritma determinan dari matriks $|I - \rho W|$ dari matriks simetris W :

$$\ln|I - \rho W| = \sum_{j=1}^{q+1} c_j(\rho) \operatorname{tr}(T_{j-1}(\hat{W})) - \frac{1}{2} c_1(\rho) \quad (7)$$

Dengan $T_0(\hat{W}) = I$, $T_1(\hat{W}) = \hat{W}$, $T_2(\hat{W}) = 2\hat{W} - I$, ..., $T_{k+1}(\hat{W}) = 2\hat{W}T_k(\hat{W}) - T_{k-1}(\hat{W})$, dan

$$c_j(\rho) = \frac{2}{q+1} \sum_{l=1}^{q+1} \ln \left(1 - \rho \cos \left(\frac{\pi(k-\frac{1}{2}l)}{q+1} \right) \right) \cos \left(\frac{\pi(j-1(k-\frac{1}{2}l))}{q+1} \right).$$

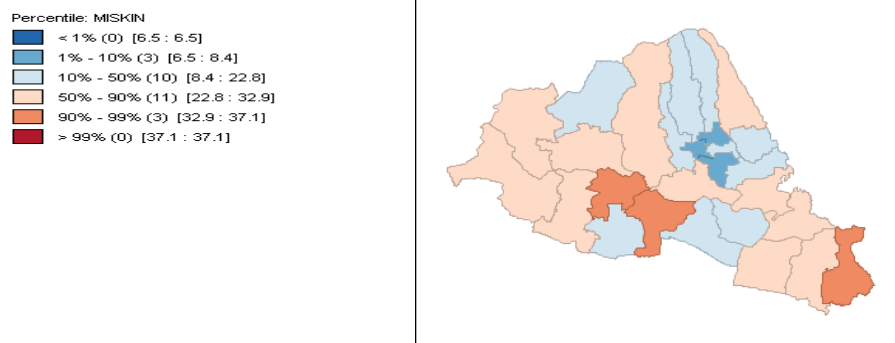
$$\ln(L(\rho, \sigma^2, \beta; y)) = \sum_{k=0}^q \frac{\rho^k \operatorname{tr}(W^k)}{k} - \frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{(y(I - \rho W) - X\beta)'(y(I - \rho W) - X\beta)}{2\sigma^2} \quad (8)$$

Selanjutnya untuk menentukan estimator dengan memaksimumkan persamaan (6) dengan substitusi $\ln|I - \rho W|$ pada (7).

HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Deskripsi penduduk miskin di Kabupaten Banyumas

Eksplorasi distribusi persentase jumlah keluarga pra sejahtera (miskin) di Kabupaten Banyumas terlihat adanya variasi. Degradasi warna biru tua ke biru muda menggambarkan persentase yang menurun. Berdasarkan Gambar 2 terlihat bahwa tidak terdapat kecamatan yang persentase keluarga prasejahteranya kurang dari 6.5%. selanjutnya ada tiga kecamatan dengan persentase antara 6.5 sampai 8.4. kecamatan-kecamatan tersebut adalah Purwokerto Barat, Purwokerto Selatan dan Purwokerto Utara. Sementara itu untuk kecamatan dengan persentase keluarga pra sejahtera 3 terbesar yaitu antara 32.9% sampai 37.1% adalah kecamatan purwojati, rawalo dan tambak. Untuk kecamatan-kecamatan selainnya dapat dilihat pada Gambar 1.



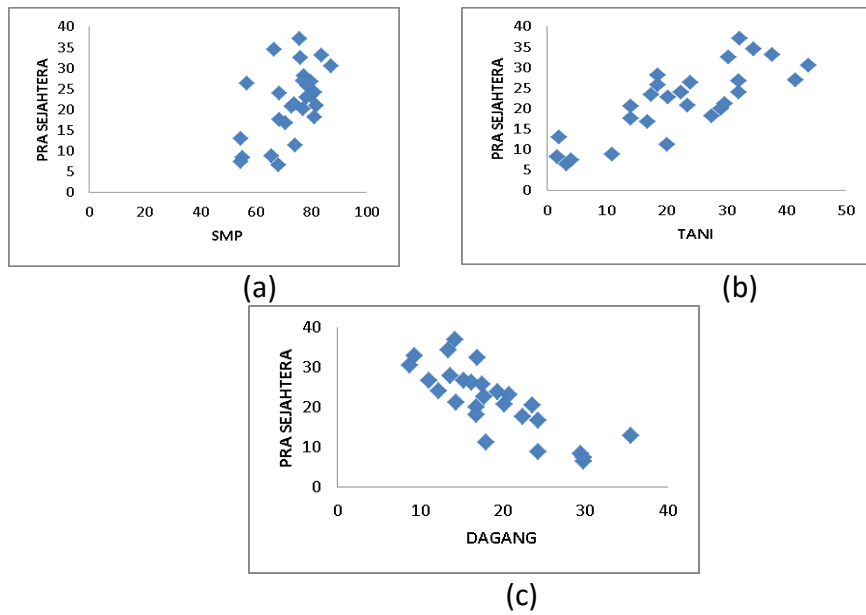
Gambar 1. Persebaran persentase keluarga Pra sejahtera di kabupaten Banyuwangi

3.2 Scatterplot hubungan antara variabel bebas dan variabel tak bebas

Scatterplot merupakan tahapan eksplorasi untuk menentukan hubungan linier antara variabel tak bebas (variabel dependen) dengan variabel bebas. Hubungan antara variabel tak bebas persentase keluarga pra sejahtera dengan persentase penduduk sekolah dengan tingkat pendidikan sampai SMP (SMP) tidak nampak jelas secara scatterplot (Gambar 3a).

Hubungan antara variabel tak bebas persentase keluarga pra sejahtera dengan persentase penduduk yang bekerja di sector pertanian positif. Indikasi dari scatterplot ini menunjukkan bahwa persentase keluarga pra sejahtera akan meningkat ketika persentase jumlah penduduk yang bekerja di sector pertanian meningkat (Gambar 3b).

Hubungan antara variabel tak bebas persentase keluarga pra sejahtera dengan persentase penduduk yang bekerja di sector perdagangan positif. Indikasi dari scatterplot ini menunjukkan bahwa persentase keluarga pra sejahtera akan menurun ketika persentase jumlah penduduk yang bekerja di sector dagang meningkat (Gambar 3c).



Gambar 2. Scatterplot hubungan kemiskinan dan faktor-faktornya

3.3 Estimasi model SLM

Spesifikasi model yang digunakan untuk mencari hubungan antara kemiskinan (dalam hal ini adalah persentase keluarga pra sejahtera) dengan faktor-faktornya adalah model spasial lag model. Estimasi parameter pada model SLM menggunakan metode *maximum likelihood* (MLE). Hasil ANOVA model dapat dilihat pada Tabel 3 di bawah ini

Tabel 2. ANOVA model SLM untuk variabel tak bebas persentase keluarga pra sejahtera dengan W kontiguitas

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
(Intercept)	29.72059	17.97980	1.6530	0.09833
SMP	-0.11537	0.15183	-0.7599	0.44732
TANI	0.32480	0.22211	1.4623	0.14365
DAGANG	-0.51632	0.41153	-1.2546	0.20961
Rho	0.13574	0.19722	0.6883	0.49129

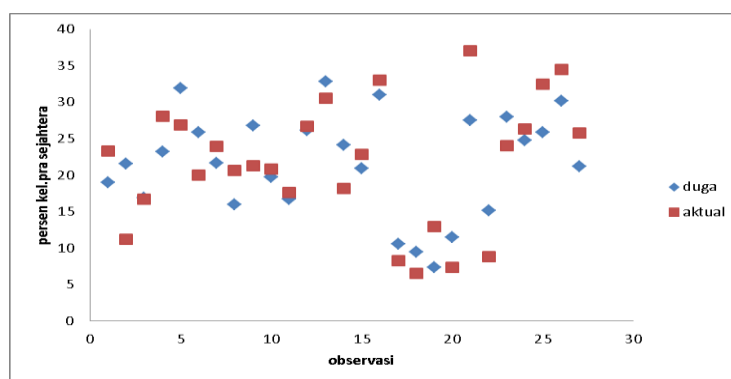
R²= 0.67465, AIC: 172.92

Tabel 3. ANOVA model SLM untuk variabel tak bebas persentase keluarga pra sejahtera dengan W.AMOEBA

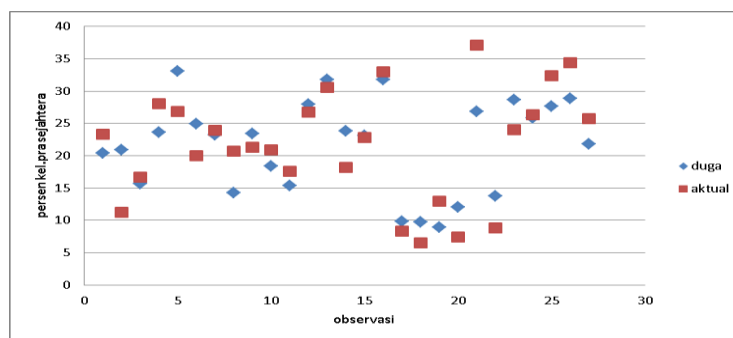
	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
(Intercept)	15.897529	18.796594	0.8458	0.39768
SMP	-0.089527	0.142001	-0.6305	0.52839
TANI	0.455465	0.214045	2.1279	0.03335
DAGANG	-0.133852	0.431874	-0.3099	0.75661
Rho	0.22788	2.8647	1.5548	0.090544

R²= 70,20, AIC: 170.41

Tabel 3 dan memperlihatkan hasil estimasi parameter dan uji signifikansi parameter model untuk model SLM. Hubungan antara variabel tak bebas persentase keluarga pra sejahtera dengan persentase penduduk sekolah dengan tingkat pendidikan sampai SMP dan persentase penduduk yang bekerja di sector perdagangan negative. Hal ini menunjukkan bahwa persentase keluarga pra sejahtera akan menurun ketika persentase penduduk sekolah dengan tingkat pendidikan sampai SMP dan persentase jumlah penduduk yang bekerja di sector perdagangan meningkat. Sedangkan Hubungan antara variabel tak bebas persentase keluarga pra sejahtera dengan persentase penduduk yang bekerja di sector pertanian positif. Indikasi dari scatterplot ini menunjukkan bahwa persentase keluarga pra sejahtera akan meningkat ketika persentase jumlah penduduk yang bekerja di sector pertanian meningkat.



Gambar 3. Plot persentase actual dan dugaan model SLM untuk W.kontiguitas



Gambar 4. Plot persentase actual dan dugaan model SLMW untuk W.AMOEBA

Gambar 4 dan Gambar 4 memperlihatkan keakurasian model dengan membandingkan nilai actual dan nilai hasil prediksi (dugaan). Dengan melihat hasil prediksi, dapat dilihat bahwa model yang dihasilkan cukup baik untuk menggambarkan prediksi berdasarkan variabel yang digunakan. Nilai kesesuaian model sebesar 67,47% menunjukkan bahwa 67,47 persen keragaman data persentase keluarga prasejahtera dapat dijelaskan oleh ketiga faktor tersebut, sedangkan 32,6 persen sisanya dijelaskan oleh variabel lain yang belum masuk dalam model. sedangkan pada model dengan menggunakan W.AMOEBA, nilai kesesuaian model sebesar 70,20% menunjukkan bahwa 70,20 persen keragaman data persentase keluarga prasejahtera dapat dijelaskan oleh ketiga faktor tersebut, sedangkan 29,8 persen sisanya dijelaskan oleh variabel lain yang belum masuk dalam model. Model yang relative lebih baik adalah model yang menggunakan matriks pembobot AMOEBA. Interpretasi model berdasarkan matriks W.AMOEBA menunjukkan bahwa terdapat faktor yang signifikan pada persentase jumlah pekerja di sector pertanian. Persentase penduduk keluarga miskin akan meningkat 4,5% ketika persentase persentase pekerja di sector pertanian naik 10%. Sedangkan untuk faktor selainnya, yaitu persentase jumlah penduduk di sector perdagangan dan persentase pendidikan sampai SMP tidak signifikan.

KESIMPULAN

Persentase keluarga pra sejahtera akan meningkat ketika persentase jumlah penduduk yang bekerja di sector pertanian meningkat. Persentase keluarga pra sejahtera akan menurun ketika persentase jumlah penduduk yang bekerja di sector dagang dan persentase pendidikan sampai SMP meningkat.

Model hubungan antara persentase keluarga pra sejahtera dan persentase jumlah pendidikan sampai SMP, persentase pekerja di sector pertanian dan dagang menghasilkan

nilai kesesuaian 67,47% untuk W kontiguitas dan 70,20% untuk W AMOEBA. Model yang relative lebih baik adalah model yang menggunakan matriks pembobot AMOEBA.

SARAN

Perlu ditambahkan variabel penunjang lainnya untuk meningkatkan akurasi model. selain itu pula perlu dicoba dengan metode aproksimasi dalam menentukan log determinan untuk mengestimasi koefisien parameter autokorelasi spasial.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penelitian ini didanai oleh dana BLU UNSOED, oleh karena itu ucapan terimakasih penulis sampaikan kepada LPPM Universitas Jenderal Soedirman atas dukungan dana yang diberikan.

DAFTAR PUSTAKA

- Aldstadt J dan Getis A. 2004. Constructing the Spatial Weights Matrix Using Local Statistic. *Geographical Analysis*: 36 : pp. 90-104.
- Aldstadt J dan Getis A. 2006. Using AMOEBA to create a spatial weights matrix and identify spatial clusters. *Geographical Analysis*. 8:327-343.
- Anselin L. 1995. Local indicators of spatial association-LISA. *Geographical Analysis* 27 : 93-115.
- Beamonte A, Gargallo P and Salvador M. 2010. Analysis of housing price by means of STAR models with neighbourhood effects : a Bayesian approach. *J Geogr Syst*. 12 : 227-240.
- Cubukcu K M. 2011. The spatial distribution of economic base multipliers: A GIS and spatial statistics-based cluster analysis. *ITU A|Z*. Vol 8 No. 2 :49-62.
- Dall'Erba S, Percoco M dan Piras G. 2008. The European regional growth process revisited. *Spatial Economic analysis*. Vol 3 No.1 : 1742-1780.
- Folmer H dan Oud JHL. 2008. How to get rid of W: a Latent variables approach to modeling spatially lagged variables. *Environment and Planning A* 40:2526-2538
- Getis A dan Ord JK. 1992. *The Analysis of Spatial Association by Use of Distance Statistics*. *Geographical Analysis* 24 : 189-206.
- Getis A. 2008. A history of the concept of spatial autocorrelation: A Geographer's perspective. *Geographical Analysis* 40 : 297-309.
- Jajang, Saefuddin A, Mangku IW dan Siregar H. 2013. *Asymptotic Normality of Modified Local Getis Statistic*. *Far East Journal Of Mathematical Sciences*, Vol 80 No. 2: 155-167.
- Jajang, Saefuddin A, Mangku IW dan Siregar H. 2014. *Comparing Performances of WG, WGnew and WC on Dynamic Spatial Panel Model By Monte Carlo Simulation*. *Far East Journal Of Mathematical Sciences*, Vol 80 No. 2: 155-167.
- Lauridsen J, Sanchez M M dan Bech M. 2010. Public pharmaceutical expenditure : identification of spatial effects. *J Geogr Syst*. 12 : 175-188.

- Liu A, Folmer H dan Oud JHL. 2011a. W-Based vs Latent Variables Spatial Autoregressive Models: Evidence from Monte Carlo Simulation. *Ann Reg Sci.* 47:619–639.
- Liu A, Folmer H dan Oud JHL. 2011b. Estimating regression coefficients by W-based and latent variables spatial autoregressive models in the presence of spillovers from hotspots : evidence from Monte Carlo simulations. *Lett Spat Resour Sei.* 4: 71-80.
- Marquez M A, Ramajo J dan Hewings G J D. 2010. A spatio-temporal econometric model of regional growth in Spain. *J Geogr Syst.* 12 : 207-226.
- Nelson TA dan Boots B. 2008. Detecting spatial hot spots in landscape ecology. *Journal compilation. Ecography.* 1-11
- Olejnik A. 2008. Using the spatial autoregressively distributed lag model in assessing the regional convergence of per capita income in the EU25. *Journal Compilation.* Volume 87 Number 3.
- Ord JK dan Getis A. 1995. Local spatial autocorrelation statistics: distributional issues and an application. *Journal Geographical Analysis* 27 : 286-306
- Ord JK dan Getis A. 2001. Testing for local autocorrelation in the presence of global autocorrelation. *Journal of Regional Science* 41: 411-432
- Peng et. al. 2011. Spatial distribution of HIV/AIDS in Yunnan province, people's Republic of China. *Geospatial Health.* 5(2) :177-182.
- Stakhovych S dan Bijmolt THA. 2008. Specification of spatial models: A simulation study on weights matrices. *Papers in Regional Science* 88 : 389-408.
- Wu Jilei et. al. 2004. Exploratory spatial data analysis for the identification of risk factors to birth defects. *BMC Public Health.* 4 : 23.
- Yu D dan Wei Y D. 2008. Spatial data analysis of regional development in greater Beijing, China, in a GIS environment. *Journal Compilation.* Volume 87 Number 1.