



“Tema: 7 (ilmu-ilmu murni (Matematika, Fisika, Kimia dan Biologi))”

APROKSIMASI DERET TAYLOR DAN POLINOMIAL CHEBYSHEV DALAM ESTIMASI PARAMETER MODEL SAR

Oleh

Jajang, Budi Pratikno

Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan IPA, UNSOED

Jl. dr. Soeparno, Purwokerto, 53122

rzjajang@yahoo.com, bpratikto@gmail.com

ABSTRAK

Estimasi parameter dengan MLE pada model SAR melibatkan determinan matriks pembobot spasial yang berdimensi tinggi. Para peneliti lebih sering menggunakan metode aproksimasi untuk menangani masalah ini. Dalam menangani determinan matriks spasial ini para peneliti sering menggunakan aproksimasi. Aproksimasi yaitu polynomial Chebyshev dan deret Taylor sering digunakan untuk memecahkan masalah ini,. Paper ini mengkaji performa aproksimasi ini dalam MLE untuk estimasi parameter model SAR. Dalam paper ini digunakan W-kontiguitas dan W-AMOEBAs sebagai matriks pembobot spasial. Data yang digunakan digangkitkan dengan metode simulasi monte carlo. Dengan variasi koefisien lag spasial (ρ) dan ukuran sampel (n). Selanjutnya, model diterapkan pada data IPM di Provinsi Jawa Tengah. Hasil-hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa aproksimasi Chebyshev memberikan hasil yang cukup baik. Hasil lainnya terhadap aplikasi metode pada data riil menunjukkan bahwa semua variable yang terlibat dalam model mempunyai pengaruh yang signifikan. Jumlah penduduk dan penduduk miskin mempunyai dampak yang berbanding terbalik dengan IPM, sedangkan APK SMA, UMK dan garis kemiskinan mempunyai pengaruh yang positif. Hal ini menunjukkan bahwa peningkatan dalam APK.SMA, UMK dan garis kemiskinan dapat meningkatkan IPM.

Kata kunci: *W-AMOEBAs, SAR, IPM, Taylor, Chebyshev*

ABSTRACT

Parameter estimation by MLE of SAR model involve determinant of high dimation spatial matrice. The researchers often use approximation method to solve this problem. Taylor series and polynomial Chebyshev approximation are often used to solve this problem. This paper studied performance of these approximations in MLE to estimate parameters of SAR model. In this paper, we use W-AMOEBAs and W-contiguity matrices as weighted spatila matrice. The data used to evaluate its performance are generated by monte carlo simulation for variation of spatial lag coefficient (ρ) and sample size (n). Then, the model is implemented to human development index (HDI) data in Central Java Province. The results showed that Chebyshev polynomial give more accurate than Taylor series approximation. Then, implementation of the model to HDI showed the number of people and poor people have negative impact. Therefore, HDI decreased when both of them increased. Conversely, APK, UMK and cut of poor people have positive impact, so if APK SMA, UMK and garis kemiskinan increased, then HDI increased. Therefore, from these results we conclde that to increase HDI then APK SMA, UMK and garis kemiskinan have to increase, and the number of people and poor people have to decrease.



Key words: W-AMOEBA, SAR, HDI, Taylor, Chebyshev.

PENDAHULUAN

Dependensi pengamatan (observasi) variable respon sering dijumpai pada data spasial. Dalam model, keberadaan dependensi spasial berdampak pada metode estimasi parameter.. Beberapa kajian yang berkaitan dengan metode estimasi parameter dalam pemodelan data spasial telah banyak dilakukan oleh para peneliti, diantaranya Bavaund (2008), Jilei Wu et.al (2004), Zhi-Hang Peng et.al (2011), Yue-Jia Cheng et.al (2012), Danlin Yu dan Denis wei (2007), Olejnik (2008), Dall'erba et.al (2008) Marquez et.al (2010), Lauridsen et.al (2010) Beamonte et.al (2010), dan Cubukcu (2012).

Dalam model, dependensi spasial diatasi dengan melibatkan matriks pembobot spasial untuk mengkoreksi adanya dependensi spasial. Karena fungsi matriks pembobot sangat krusial, maka banyak peneliti yang mengkonstruksi matriks pembobot agar representative. Beberapa diantaranya adalah Aldstaadt dan Getis (2006), Jajang dkk, (2014).

Keberadaan dependensi spasial dengan melibatkan matriks pembobot spasial memunculkan masalah baru yaitu endogeneitas. Adanya masalah endogeneitas dalam model spasial akan berdampak pada pemilihan metode estimasi parameter model. Metode ordinary least square (OLS) yang sudah populer tidak dapat diterapkan pada kasus ini, karena akan berbias, oleh karena itu metode estimasi lain perlu diaplikasikan. Penelitian ini membahas metode estimasi maksimum likelihood (*Likelihood Maximum Estimation*, MLE) yang diterapkan pada model SAR. Metode ML dalam estimasi parameter model SAR akan melibatkan logaritma determinat matriks yang besar. Sebagai akibatnya, para peneliti menggunakan metode aproksimasi untuk menentukan logaritma determinan tersebut.

Penelitian ini membahas dua metode aproksimasi log determinan pada MLE, yaitu deret Taylor dan Polinomial Chebyshev. Karena metode aproksimasi berkaitan dengan matriks pembobot, selanjutnya dalam penelitian ini dicoba pula menggunakan dua jenis matriks pembobot, yaitu yang umum digunakan (W-kontiguitas) dan matriks hasil algoritma AMOEBA (W-AMOEBA). Selanjutnya, implementasi model diterapkan pada kasus data riil yaitu IPM di Provinsi Jawa Tengah.

METODE PENELITIAN

Data untuk mendukung kajian performa matriks pembobot spasial W-AMOEBA adalah data IPM di provinsi Jawa Tengah dan faktor-faktor yang mempengaruhinya di Provinsi Jawa Tengah tahun 2017. Tempat Pelaksanaan di Purwokerto Kabupaten Banyumas. Teknis analisis data yang digunakan mencakup beberapa tahapan. Pertama, mengkaji dan menurunkan MLE. Kedua,



mengevaluasi aproksimasi polinomial Chebyshev dan deret Taylor. Ketiga, evaluasi matriks W -Kontiguitas dan W.AMOEBA pada model SAR. Keempat, implementasi model pada data riil (IPM). Pada pemodelan data IPM, dispesifikasikan model IPM mengikuti Spatial Autoregressive sebagai berikut

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W} \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (1)$$

dengan : \mathbf{y} = vektor variabel tak bebas berukuran $n \times 1$, \mathbf{X} = matriks $n \times k$ dari variabel bebas, \mathbf{W} = matriks pembobot spasial, $n \times n$, ρ = koefisien autokorelasi spasial, $\boldsymbol{\beta}$ = vektor parameter variabel-variabel bebas berukuran $k \times 1$, dan $\boldsymbol{\varepsilon}$ = vektor acak berukuran $n \times 1$. Estimasi parameter model SAR dengan menggunakan Metode *Maximum Likelihood* (MLE), diasumsikan bahwa sisaan berdistribusi secara acak dengan mean $\mathbf{0}$ dan variansi homogen σ^2 , biasanya dituliskan sebagai $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{I}\sigma^2)$. $L(\rho, \sigma^2, \boldsymbol{\beta})$ adalah pdf bersama dari $\boldsymbol{\varepsilon}$ (Ward dan Kristiani, 2008)

$$L(\rho, \sigma^2, \boldsymbol{\beta}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \sigma^n} \exp \left[-\frac{(\mathbf{y}(\mathbf{I}-\rho\mathbf{W})-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta})'(\mathbf{y}(\mathbf{I}-\rho\mathbf{W})-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta})}{2\sigma^2} \right] \quad (2)$$

Untuk mendapatkan nilai $L(\rho, \sigma^2, \boldsymbol{\beta}; \mathbf{y})$ yang maksimum, dapat dicari dengan menentukan $\rho, \sigma^2, \boldsymbol{\beta}$ yang juga memaksimalkan $l(\rho, \sigma^2, \boldsymbol{\beta}; \mathbf{y}) = \ln(L(\rho, \sigma^2, \boldsymbol{\beta}; \mathbf{y}))$, dimana

$$\ln(L(\rho, \sigma^2, \boldsymbol{\beta}; \mathbf{y})) = \ln|\mathbf{I} - \rho\mathbf{W}| - \frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{(\mathbf{y}(\mathbf{I}-\rho\mathbf{W})-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta})'(\mathbf{y}(\mathbf{I}-\rho\mathbf{W})-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta})}{2\sigma^2} \quad (3)$$

Pada persamaan (3) muncul masalah log determinan matriks berukuran besar. Hal ini membawa pada solusi bagaimana menentukan determinan dari matriks yang besar. Dua diantara pendekatan yang dapat dijadikan solusi adalah deret taylor dan polynomial chebyshev.

Metode deret Taylor adalah metode aproksimasi sebuah fungsi yang direpresentasikan dengan deret pangkat. Pada fungsi $\ln|\mathbf{I} - \rho\mathbf{W}|$ pada komponen pertama di ruas kanan $\ln(L(\rho, \sigma^2, \boldsymbol{\beta}; \mathbf{y})) = \ln|\mathbf{I} - \rho\mathbf{W}|$. Untuk mengaproksimasi $\ln|\mathbf{I} - \rho\mathbf{W}|$ perhatikan bahwa $\mathbf{I} - \rho\mathbf{W}$ adalah matriks non singular, \mathbf{W} adalah matriks stokastik dengan diagonal utamanya adalah 0, dan $r(\mathbf{I} - \rho\mathbf{W}) < 1$. Sebagai konsekuensinya, jika $r(\mathbf{I} - \rho\mathbf{W}) < 1$ maka $(\mathbf{I} - \rho\mathbf{W}) = \mathbf{exp}(\ln(\mathbf{I} - \rho\mathbf{W}))$ (Johnson, 1991). Selanjutnya dari $(\mathbf{I} - \rho\mathbf{W}) = \mathbf{exp}(\ln(\mathbf{I} - \rho\mathbf{W}))$, sehingga $|\mathbf{I} - \rho\mathbf{W}| = \mathbf{exp}(\text{tr}(\ln(\mathbf{I} - \rho\mathbf{W})))$. dan akhirnya diperoleh $\ln|\mathbf{I} - \rho\mathbf{W}| = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\rho^k \text{tr}(\mathbf{W}^k)}{k}$. Dengan demikian persamaan (3) dapat dinyatakan sebagai

$$\ln(L(\rho, \sigma^2, \boldsymbol{\beta}; \mathbf{y})) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\rho^k \text{tr}(\mathbf{W}^k)}{k} - \frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{(\mathbf{y}(\mathbf{I}-\rho\mathbf{W})-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta})'(\mathbf{y}(\mathbf{I}-\rho\mathbf{W})-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta})}{2\sigma^2} \quad (4)$$

Metode deret Chebyshev adalah metode aproksimasi fungsi yang direpresentasikan dengan deret pangkat. Solusi Chebyshev mencoba untuk mengaproksimasi logaritma determinan dari matriks $|\mathbf{I}-\rho\mathbf{W}|$ dari matriks simetris \mathbf{W} :

$$\ln|\mathbf{I} - \rho\mathbf{W}| = \sum_{j=1}^{q+1} c_j(\rho) \text{tr} \left(T_{j-1}(\tilde{\mathbf{W}}) \right) - \frac{1}{2} c_1(\rho) \quad (5)$$



dimana, $T_0 = \text{diag}(n)$, $T_1=W$, $T_2=2W-T_0$, dan $T_{k+1}(W) = 2WT_k(W) - T_{k-1}(W)$. selanjutnya, $c_j(\rho)$ merupakan fungsi dari ρ , yang didefinisikan sebagai

$$c_j(\rho) = \frac{2}{q+1} \sum_{k=1}^{q+1} \ln \left(1 - \rho \cos \left(\frac{\pi(k-\frac{1}{2})}{q+1} \right) \right) \cos \left(\frac{\pi(j-1)(k-\frac{1}{2})}{q+1} \right) \quad (6)$$

Selanjutnya hasil $c_j(\rho)$ disubstitusikan ke (15) untuk mendapatkan $\ln|I - \rho W|$.

Permasalahan yang menjadi bagian penting adalah bagaimana untuk mendapatkan nilai ρ . Algoritma *golden section search* (gss) merupakan salah satu algoritma untuk menentukan masalah optimum. Algoritma gss didasarkan pada golden rasio ϕ , dengan tahapan:

- (1) Diberikan inisialisasi interval $[a_1, b_1]$ dan tingkat akurasi ϵ , dan golden rasio $\phi = 0.618$, hitung $x_1^1 = b_1 - 0.168(b_1 - a_1)$ dan $x_2^1 = a_1 + 0.168(b_1 - a_1)$, Set $i=1$,
- (2) Jika $f(x_2^i) > f(x_1^i)$, maka $a_{i+1} = a_i$, $b_{i+1} = x_2^i$, $x_2^{i+1} = x_1^i$, $x_1^{i+1} = b_{i+1} - 0.168(b_{i+1} - a_{i+1})$
- (3) Jika $f(x_2^i) \leq f(x_1^i)$, maka $a_{i+1} = x_1^i$, $b_{i+1} = b_i$, $x_1^{i+1} = x_2^i$, $x_2^{i+1} = a_{i+1} + 0.168(b_{i+1} - a_{i+1})$
- (4) $|b_{i+1} - a_{i+1}| < \epsilon$ berhenti, selainnya set $i=i+1$, kembali ke (2)

Masalah penting lainnya adalah menentukan Matriks pembobot spasial. Penelitian ini lebih menekankan pada konstruksi matriks pembobot yang disebut AMOEBA (**W-AMOEBA**). **W-AMOEBA** adalah matriks yang dihasilkan dari algoritma AMOEBA (*A Multidirectional Optimum Ecotope-Based Algorithm*) (Aldstadt dan Getis, 2004 dan Aldstadt dan Getis 2006). Prosedur AMOEBA dalam membentuk matriks digunakan statistik lokal, yaitu $G_i^* = \frac{G_i - E(G_i)}{\text{var}(G_i)}$, $G_i = \frac{\sum_{j, i \neq j} w_{ij} x_j}{\sum_j x_j}$

adalah statistik lokal Getis. Algoritma AMOEBA adalah sebagai berikut (Aldstadt dan Getis, 2006) : (1) menentukan $G_i^*(0)$ (nilai G_i^* untuk unit spasial di lokasi itu sendiri), (2) menghitung $G_i^*(1)$ (nilai untuk setiap daerah yang memuat unit i dan semua kombinasi dari tetangga yang berdekatan. Jika $G_i^*(0)$ lebih (kurang) dari kombinasi yang memaksimumkan $G_i^*(1)$ menjadi *ecotope* tinggi (rendah) yang baru. (3) Evaluasi semua kombinasi tetangga sebelah dan selanjutnya keanggotaan baru *ecotope* diidentifikasi, (4) Proses berlanjut untuk jumlah penghubung k , $k=2, 3, \dots$, maksimum. Matriks pembobot AMOEBA melalui prosedur berikut :

(a) Ketika $k_{maks} > 1$,

$$w_{ij} = \begin{cases} \frac{\{P[z \leq G_i^*(k_{maks})] - P[z \leq G_i^*(k_j)]\}}{\{P[z \leq G_i^*(k_{maks})] - P[z \leq G_i^*(0)]\}}, & 0 < k_j \leq k_{maks} \\ 0, & \text{untuk } k_j \text{ selainnya} \end{cases}$$

(b) Ketika $k_{maks} = 1$

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{untuk } k_j = 1 \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

(c) Ketika $k_{maks} = 0$,

$$w_{ij} = 0, \text{ untuk semua } j$$

dengan k_j adalah penghubung (*link*) yang menghubungkan i dan j dalam *ecotope*.

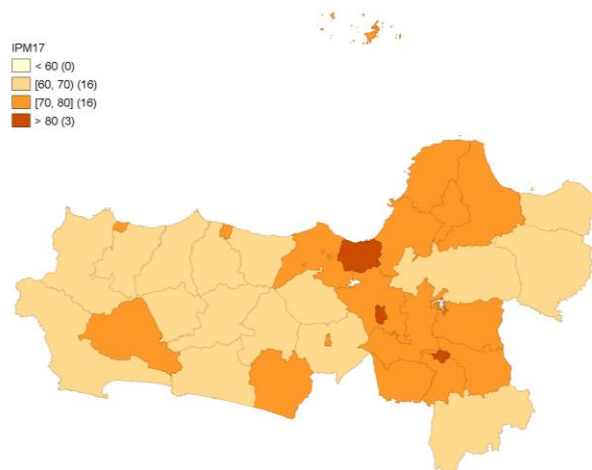
HASIL DAN PEMBAHASAN

Provinsi Jawa Tengah memiliki 29 kabupaten dan 6 kota. Banyaknya kabupaten dan kota serta cakupan luasnya wilayah dengan tingkat penyebaran yang berbeda dari setiap wilayahnya mengakibatkan faktor lokasi (spasial) dapat menjadi faktor yang berpengaruh terhadap peningkatan IPM. Peta tematik Provinsi Jawa Tengah disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Peta tematik Provinsi Jawa Tengah

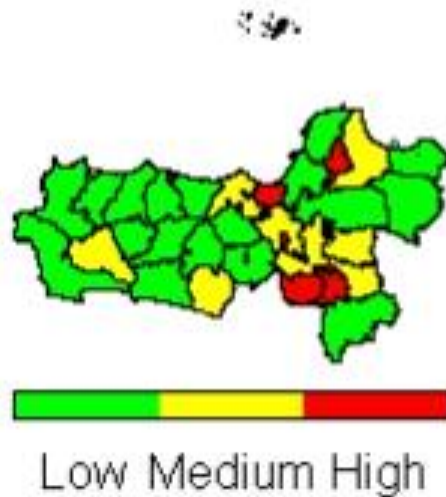
IPM sebagai salah satu indikator perkembangan sebuah wilayah, tentu tidak terlepas dari perubahan setiap tahun. Dalam penelitian ini, model SAR difokuskan pada data IPM 2017.



Gambar 2. Distribusi IPM kabupaten dan kota tahun 2017

Analisis kluster terhadap IPM kabupaten/kota di Provinsi Jawa Tengah merupakan eksplorasi bersifat mapping yang di dasarkan pada statistik autokorelasi spasial lokal. Hasil kluster terbagi menjadi kluster rendah, sedang dan tinggi. Pembagian rendah sedang dan tinggi ini akan secara otomatis terbentuk dari hasil algoritma AMOEBA. Statistik lokal spasial yang digunakan

adalah statistik lokal Getis. Hasil cluster-cluster kabupaten/kota disajikan dalam bentuk mapping spasial dengan arsiran warna yang menunjukkan ekotop yang masuk dalam cluster. Warna merah menunjukkan warna cluster tinggi, warna kuning menunjukkan cluster sedang dan warna hijau rendah (Gambar 3).



Gambar 3. Kluster spasial kabupaten/kota di Provinsi Jawa Tengah.

Kluster IPM kabupaten dan kota di provinsi Jawa tengah didasarkan pada posisi relative IPM kabupaten/kota terhadap IPM kabupaten/kota yang lain. Artinya bahwa dengan warna yang sama untuk tahun 2009, misalnya tidak bisa diartikan mempunyai nilai IPM yang sama.

Matriks pembobot spasial AMOEBA adalah matriks pembobot spasial yang dibentuk dari hasil klusterisasi unit spasial menggunakan statistik lokal spasial. Statistik lokal spasial standar yang digunakan adalah statistik Getis lokal seperti telah dijabarkan pada algoritma AMOEBA. Selanjutnya, pemilihan variabel-variabel bebas yang mempengaruhi indeks pembangunan manusia diambil dari variabel yang tidak saling multikolinear signifikan. Seleksi variabel yang tidak multikolinear dilakukan dengan menggunakan kriteria VIF. Nilai VIF diperoleh dari rumus $VIF_j = \frac{1}{1-R_j^2}$, $j = 1, 2, \dots, k$, dimana k adalah jumlah variabel bebas, dan R_j^2 adalah koefisien determinasi ketika variabel bebas j diperlakukan sebagai variabel respond atau dependen an variable bebas lainnya sebagai predictor atau independen. Tahapan selanjutnya setelah selesai analisis multikolinear adalah membandingkan performa aproksimasi Taylor dan Chebyshev. Perbandingan performa aproksimasi Taylor dan Chebyshev selanjutnya digunakan *Root Mean Square Error* (RMSE). Nilai RMSE dari estimasi parameter dengan metode MLE aproksimasi Chebyshev dan Taylor adalah hampir memperlihatkan nilai yang sama, dimana rasio $RMSE_{Chebyshev}$ terhadap $RMSE_{Taylor}$ sebesar 0.99. keakuratan kedua aproksimasi hampir sama. Berdasarkan hasil ini dipilih metode aproksimasi Polinomial Chebyshev. Selanjutnya, metode aproksimasi ini diterapkan pada model dengan matriks W-kontiguitas dan matriks W AMOEBA. Tabel ANOVA model Spatial



Auroregressive (SAR) berikut adalah hasil dari output R software. Matriks yang digunakan untuk model SAR ini adalah matriks kontiguitas dengan aturan Queen, dimana setiap dua wilayah yang mempunyai batas bersama atau pertemuan titik bernilai 1, dan selainnya diberi nilai 0. Hasil ANOVA metode polynomial Chebyshev matriks W-AMOEBa dan W-Kontiguitas selengkapnya dapat dilihat pada Tabel 3 dan Tabel 4.

Tabel 3. ANOVA Model SAR matriks W.Kontiguitas
 Coefficients: (asymptotic standard errors)

	Estimate	Std. Error	z-value	Pr(> z)
(Intercept)	2.8002e+01	1.0140e+01	2.7614	0.0057547
penduduk	-2.7181e-06	9.0475e-07	-3.0042	0.0026625
APK.SMA	1.0511e-01	2.6621e-02	3.9484	7.868e-05
UMK	5.5992e-06	2.6923e-06	2.0797	0.0375500
PDK.Miskin	-2.3157e-01	1.1488e-01	-2.0157	0.0438268
Grs.kmisk	2.5350e-05	7.5799e-06	3.3444	0.0008247

Rho: 0.31856, LR test value: 5.7208, p-value: 0.016765
 RMSE: 1.8521
 AIC: 159.36, (AIC for lm: 163.08)

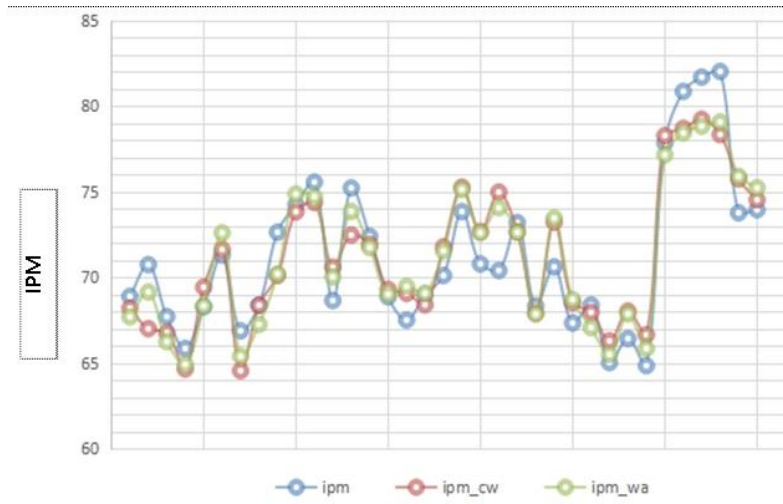
Tabel 4. ANOVA Model SAR matriks W.AMOEBa
 Coefficients: (asymptotic standard errors)

	Estimate	Std. Error	z-value	Pr(> z)
(Intercept)	7.6212e-01	8.3596e+00	0.0912	0.9273597
penduduk	-2.3122e-06	7.8855e-07	-2.9322	0.0033654
APK.SMA	7.8151e-02	2.3704e-02	3.2970	0.0009771
UMK	6.1336e-06	2.3495e-06	2.6105	0.0090401
PDK.Miskin	-1.6678e-01	9.7846e-02	-1.7045	0.0882884
Grs.kmisk	1.6648e-05	6.6573e-06	2.5008	0.0123927

Rho: 0.75119, LR test value: 13.354, p-value: 0.0002578
 RMSE: 1.6251
 AIC: 151.72, (AIC for lm: 163.08)

Rasio RMSE dari model SAR dengan W-AMOEBa dan W-Kontiguitas adalah $1.6251/1.8521 = 0.892014$. berdasarkan hasil ini, maka W-AMOEBa mempunyai performa yang lebih baik dibandingkan W-Kontiguitas. Selanjutnya apabila dilihat dari sisi koefisien determinasi, dimana nilai koefisien determinasi model yang dihasilkan dari W kontiguitas dan WAmoeba berturut-turut adalah 82,40% dan 86,46%. Hal ini menunjukkan bahwa model SAR dengan matriks W AMOEBa lebih baik dibandingkan dengan model SAR dengan matriks W kontiguitas.

Dari sisi akurasi visual, hasil prediksi dari kedua model yang menggunakan dua jenis matriks pembobot yang berbeda, dapat dilihat pada Gambar 4.4. Gambar 4.4 memperlihatkan perbandingan keakuratan atau akurasi model SAR pada matriks pembobot kontiguitas dan W AMOEBa. Warna biru menunjukkan IPM actual, warna hijau menunjukkan hasil prediksi ketika menggunakan matriks W.AMOEBa dan warna merah menunjukkan hasil prediksi ketika menggunakan matriks W Kontiguitas.



Gambar 4. Perbandingan performa model SAR(W.Kontiguitas dan W.AMOEBA)

Berdasarkan hasil analisa table ANOVA dan klasterisasi melalui algoritma AMOEBA, kedekatan wilayah belum cukup untuk menggambarkan 100% kemiripan karakteristik. Kedekatan atribut atau variable lain juga perlu dipertimbangkan dalam hal ini. Matriks W AMOEBA secara otomatis dapat merepresentasikan kondisi ini.

KESIMPULAN

Pemilihan matriks pembobot spasial adalah hal yang perlu diperhatikan karena akan berdampak pada keakuratan model. Kedekatan lokasi geografis belum cukup untuk merepresentasikan kemiripan kondisi. Matriks W-AMOEBA dapat memberikan informasi mengenai hubungan kedekatan antara geografis objek perhatian yang dikaji. Model spasial dengan matriks W-AMOEBA memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan model SAR dengan matriks kontiguitas.

Hasil aplikasi model SAR pada data IPM di Provinsi Jawa tengah menunjukkan bahwa terdapat dua faktor signifikan yang hubungannya berbanding terbalik dengan IPM, yaitu penduduk dan penduduk miskin. Sementara tiga faktor lainnya, APK.SMA, UMK, dan Garis kemiskinan mempunyai pengaruh positif.

Pemilihan matriks pembobot sebagai salah satu upaya untuk mendapatkan prediksi yang akurat perlu ditunjang oleh informasi data yang lengkap, akurat dan relevan. Oleh karena itu saran untuk pengembangan lebih lanjut adalah dengan menggali faktor lain atau variable lain yang berkontribusi terhadap IPM.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan banyak terimakasih kepada LPPM UNSOED atas pendanaan dengan nomor kontrak P/401/UN23/14/PN2019 yang telah diberikan. Penulis juga haturkan banyak terimakasih atas dukungan dan ketersediaan data-data di BPS Kabupaten Banyumas – Jawa Tengah.



DAFTAR PUSTAKA

- Aldstadt J dan Getis A. 2004. Constructing the Spatial Weights Matrix Using Local Statistic. *Geographical Analysis* 36: 90 – 104
- Aldstadt J dan Getis A. 2006. Using AMOEBA to create a spatial weights matrix and identify spatial clusters. *Geographical Analysis* 8: 327 – 343
- Beamonte A, Gargallo P and Salvador M. 2010. Analysis of housing price by means of STAR models with neighbourhood effects : a Bayesian approach. *J Geogr Syst.* 12: 227 – 240
- Cubukcu K M. 2011. The spatial distribution of economic base multipliers: A GIS and spatial statistics-based cluster analysis. *ITU A|Z.* 8(2). 2: 49 – 62
- Dall’Erba S, Percoco M dan Piras G. 2008. The European regional growth process revisited. *Spatial Economic analysis* 3(1): 1742 – 1780
- Folmer H dan Oud JHL. 2008. How to get rid of W: a Latent variables approach to modeling spatially lagged variables. *Environment and Planning A* 40: 2526 – 2538
- Jajang, Saefuddin A, Mangku IW dan Siregar H. 2014. *Comparing Performances of WG, WGnew and WC on Dynamic Spatial Panel Model By Monte Carlo Simulation.* *Far East Journal Of Mathematical Sciences* 80(2): 155 – 167
- Johnson CR. 1991. *Topics in matrix analysis.* New York, USA.
- Lauridsen J, Sanchez M M dan Bech M. 2010. Public pharmaceutical expenditure : identification of spatial effects. *J Geogr Syst.* 12: 175 – 188
- Marquez M A, Ramajo J dan Hewings G J D. 2010. A spatio-temporal econometric model of regional growth in Spain. *J Geogr Syst.* 12: 207 – 226
- Olejnik A. 2008. Using the spatial autoregressively distributed lag model in assessing the regional convergence of per capita income in the EU25. *Journal Compilation* 87(3)
- Ord JK dan Getis A. 1995. Localspatial autocorrelation statistics: distributional issues and an application. *Journal Geographical Analysis* 27: 286 – 306
- Wu Jilei et. al. 2004. Exploratory spatial data analysis for the identification of risk factors to birth defects. *BMC Public Health* 4: 23
- Yu D dan Wei Y D. 2008. Spatial data analysis of regional development in greater Beijing, China, in a GIS environment. *Journal Compilation* 87